4. On considère que la durée de vie d'un oscilloscope est indépendante de celle des autres appareils. Le responsable du laboratoire décide de commander 15 oscilloscopes.

Quelle est la probabilité qu'au moins un oscilloscope ait une durée de vie supérieure à 10 ans?

Corrigé

Exercice 1

1-Soit f la fonction définie par : $f(x) = (2x^3 - 4x^2)e^{-x}$.

Rappel : $\lim\limits_{x\to+\infty} x^n.e^{-mx} = \lim\limits_{x\to-\infty} x^n.e^{mx} = 0$

avec m et n deux entiers positifs

D'où la limite de f est 0 en $+\infty$ et la limite de f est $-\infty$ en $-\infty$.

b)f est dérivable sur IR (Produit de fonctions dérivables sur IR).

$f'(x) = (6x^2 - 8x - 2x^3 + 4x^2)e^{-x} = (-2x^3 + 10x^2 - 8x).e^{-x}$

ce qui donne : $f'(x) = 2x(-x^2 + 5x - 4).e^{-x} = -2x(x-1)(x-4)e^{-x}$.

c)Tableau de variation de f

x	$-\infty$	0	1	4	$+\infty$
f'(x)	+	0	-	0	+	0	-
f(x)	$-\infty$ ↗	0 ↘	$\frac{-2}{e}$ ↗	$-64e^{-4}$ ↘	0

2. Pour $n \in IN^*$, on pose : $I_n = \int_0^1 x^n e^{-x}\,dx$

a. À l'aide d'une intégration par parties, calculer I_1.

$$I_1 = \int_0^1 xe^{-x}dx = [-xe^{-x}]_0^1 + [-e^{-x}]_0^1 = \frac{-1}{e} + 1 - \frac{1}{e} = 1 - \frac{2}{e}$$

b. A l'aide d'une intégration par partie montrer que, pour tout n supérieur ou égal à 2, $I_n = nI_{n-1} - \frac{1}{e}$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn